

臺北市立大學

104 學年度研究所碩士班入學考試試題

班 別：數學系數學教育碩士班
科 目：統計學（應用統計組）
考試時間：90 分鐘【08：30 - 10：00】
總 分：100 分

不得使用計算機
或任何儀具。

※ 注意：不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答卷上；限用藍色或黑色筆作答，使用其他顏色或鉛筆作答者，所考科目以零分計算。（於本試題紙上作答者，不予計分。）

一、選擇題（每題 5 分，共 40 分）

1. 在 36 輛車的樣本中，沒有安裝防盜器的車子被偷的比例是 12%。有安裝防盜器的汽車被偷的比例是 8%，樣本共 36 輛車。假設安裝防盜器的汽車是母體 1，而沒有安裝防盜器的汽車是母體 2。檢定安裝與沒安裝防盜器的汽車失竊率的差距，計算 p 值。
(A) 0.5700 (B) 0.4314
(C) 0.5686 (D) 0.2843
2. 承上題，建構一個安裝與沒安裝防盜器的汽車失竊率的差距的 90% 信賴區間。
(A) $0.04 \pm 1.28 * 0.0705$ (B) $0.04 \pm 1.96 * 0.0705$
(C) $0.04 \pm 2.575 * 0.0705$ (D) $0.04 \pm 1.645 * 0.0705$
3. 某計算機製造商對生產的計算機進行測試，發現其使用壽命為平均 2,150 小時，標準差 450 小時的常態分配。該製造商應該將其壽命標示為多少，才能包含 90% 計算機的實際壽命？
(A) 2555 (B) 1947 (C) 1410 (D) 1574
4. 進行一項檢定，得到選民支持 A 案的母體比例大於 50%。隨機樣本為 200 名選民，其中有 140 名支持該提案。計算檢定統計量。
(A) $z=6.17$ (B) $z=19.8$ (C) $z=5.66$ (D) $z=7.07$

5. 某一球員投球命中率為 0.9，請問在連續投中九球之後，第十個球也會投中的機率為？

- (A) 0.1 (B) 0.81 (C) 0.9 (D) 以上皆非

6. 若解一題能解出之機率為：甲 $\frac{1}{3}$ ，乙 $\frac{4}{5}$ ，丙 $\frac{3}{4}$ ，丁 $\frac{3}{8}$ ，下列敘述何者正確？

(A) 甲、乙合解一題，解出之機率為 $\frac{13}{15}$

(B) 甲、乙二人合解一題，丙、丁二人合解一題，二題均未解出之機率為 $\frac{1}{90}$

(C) 甲解八題，解出五題為及格，則及格之機率為 $\sum_{k=5}^8 C_k^8 \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{8-k}$

(D) 以上皆是

7. 設隨機變數 X 之動差母函數 (moment generating function) 定義為 $M_X(t) = E(e^{tX})$ ，且令 a 為常數，關於動差母函數的描述，下列何者有誤？

(A) 若兩個隨機變數有相同的動差母函數，則兩隨機變數必定有相同的機率分佈。

(B) $M_{aX}(t) = M_X(at)$

(C) $M_{X+a}(t) = e^{at}M_X(t)$

(D) 若 X_1, X_2, \dots, X_n 相互獨立，令 $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ ，則 Y 之動差母函數為

$$M_Y(t) = \sum_{i=1}^n M_{X_i}(t)$$

8. 若 X, Y 為兩隨機變數，下列關於期望值、變異數之性質，哪些是正確？

甲. $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

乙. $E(XY) = E(X)E(Y)$

丙. $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$

丁. $V(X-Y) = V(X) + V(Y)$

(A) 甲正確

(B) 甲乙正確

(C) 甲乙丙正確

(D) 甲乙丙丁皆正確

二、填充題（每格 5 分，共 40 分）

1. 一家超商賣 A、B 兩種牌子的洗衣粉，該超商的經理覺得 A 牌比 B 牌的銷路好。這兩種洗衣粉上個星期的銷售狀況如下：（單位：盒）

星期	一	二	三	四	五	六	日
A 牌	10	8	12	11	9	18	26
B 牌	8	9	10	10	9	15	22

根據該公司過去的資料，得知這兩種牌子的銷售量皆呈常態分配。試求這兩種洗衣粉每天銷售數差額的 98% 信賴區間（ 1. ）。

$$(t_{6,0.01} = 3.413, t_{6,0.005} = 3.707, t_{7,0.01} = 2.998, t_{6,0.01} = 3.499)$$

2. 從臺灣全省抽樣 1,000 家公司，調查其去年的業績，發現結果如下：業績成長的有 360 家，業績衰退的有 290 家，業績不變的有 350 家，而其中服務業所佔的比例分別為 35%，20%，54%。若從中選取一家公司，已知其為服務業，則其去年業績成長的機率為若干？（ 2. ）
3. 今從一平均數為 17，變異數為 36 的常態分配中抽取樣本數為 9 的一組樣本，試求：樣本平均數 \bar{X} 介於 14.3 與 19.7 之間的機率（ 3. ）。

$$(\chi_{8,0.975}^2 = 2.1797, \chi_{9,0.975}^2 = 2.7003, \chi_{9,0.01}^2 = 21.666, \chi_{8,0.01}^2 = 20.0920)$$

4. 若隨機變數 X 的動差生成函數（moment generating function）

$$M(t) = E(e^{tX}) = \frac{1}{(1-3t)^2}, t < \frac{1}{3}$$

求 $E(X)$ （ 4. ）

5. 某市長候選人欲估計選民對他的支持度 p ，若希望估計誤差不超過 $\varepsilon = 0.05$ 之機率至少是 0.9。請利用柴比雪夫不等式，求出此候選人至少要訪問多少選民？（ 5. ）
6. 臺北市立大學數學系一年級學生共 100 人，分成男、女兩組，男生 60 人平均身高為 170 公分，標準差為 5；女生 40 人平均身高為 160 公分，標準差為 10。試求全班之平均身高（ 6. ）。

7. 若某製造公司製造一種新品，並宣稱其平均重量為 15 公克，標準差為 0.5 公克。若我們建立之假設為： $H_0: \mu=15$ vs. $H_1: \mu<15$ ，且定義拒絕域為 $\{\bar{x}\leq 14.9\}$ ，請問樣本個數為 100 時，此決策所犯的型一錯誤機率 (α) 為何？ (7.)
8. 245 公車自起站至終點站之行車時間服從常態分佈 $N(50,50)$ ，若此號公車每 10 分鐘發一班車。問後班車比前一班車早到終點站的機率為多少 (各班車之行車時間均不相關)？ (8.)

三、計算題 (每題 10 分，共 20 分)

1. 從母體 $N(\mu, \sigma^2)$ 中隨機抽出二組獨立的樣本 X_1, X_2, \dots, X_n 與

$$Y_1, Y_2, \dots, Y_m, \text{ 以 } \hat{\mu}_1 = \frac{\bar{X} + \bar{Y}}{2}, \hat{\mu}_2 = \frac{n\bar{X} + m\bar{Y}}{n+m}, \text{ 估計 } \mu, \text{ 試比較此二估計式的}$$

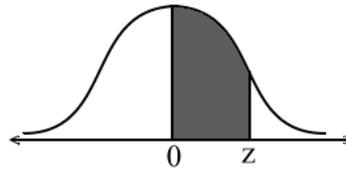
相對有效性。

2. 隨機變數 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組從母體 $N(\mu, \sigma^2)$ 以抽出放回的方式，隨機

抽出之樣本，現在欲從此隨機樣本估計母體參數 σ^2 ，試比較兩種估

$$\text{計量 } S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ 以及 } S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ 的不偏性。}$$

附表



常態分配表										
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998