

臺北市立大學

106 學年度第一學期學士班二、三年級轉學生招生考試試題

系 別：數學系（二年級）

科 目：微積分

考試時間：90 分鐘【8:30–10:00】

總 分：100 分

不得使用計算機
或任何儀具。

※ 注意：不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答卷上；限用藍色或黑色筆作答，使用其他顏色或鉛筆作答者，所考科目以零分計算。（於本試題紙上作答者，不予計分。）

計算證明題（每題 10 分，共 100 分）

1. Find the limits: (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln(x)$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{3}{x}}$.
2. Let f be continuous and set $F(x) = (2x + 1) \int_{3x+2}^{x^2} f(u) du$.
Find $F'(x)$.
3. Let $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$. Express $\frac{d^2 y}{dx^2}$ in terms of x and y .
4. Evaluate $\int \frac{2x^4 + x^2 + 7x}{x^3 - 1} dx$.
5. Evaluate $\int \frac{1}{(x+1)^{\frac{3}{2}} + (x+1)^{\frac{1}{2}}} dx$.
6. Evaluate $\int_0^1 \int_x^1 e^{y^2} dy dx$.
7. Find the interval of convergence: $\sum \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}} x^k$.
8. Prove that the volume of a sphere with radius r is $\frac{4}{3} \pi r^3$.
9. Evaluate $\iint_R \frac{y^2}{x^2 + y^2} dx dy$, where R is the region that lies between the circles $x^2 + y^2 = 4$ and $x^2 + y^2 = 25$.
10. It is known that $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$, evaluate $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$.