

# 臺北市立大學

## 108 學年度研究所碩士班入學考試試題

班 別：數學系數據科學與數學教育碩士班

科 目：統計學（數據科學組）

考試時間：90 分鐘【08：30 – 10：00】

不得使用計算機  
或任何儀具，得  
使用鉛筆作答。

總 分：100 分

※ 不可於答案卷封（背）面上作答或註記符號及文字（包含於答案卷封面作答後塗改者），否則不予計分。

除非試題卷另有規定，否則作答時限用藍色或黑色鋼筆或原子筆於答案卷上書寫，用其他顏色作答者，所考科目不予計分。

### 一、選擇題（每題 5 分，共 40 分）

1. 假設某公司成員的血壓呈現常態分配  $N(\mu, 100)$ ，亦即  $\sigma = 10$ ，老闆想估計公司成員血壓的期望值  $\mu$ ，預計採用  $\mu$  的 95% 信賴區間來估計，但希望這個 95% 信賴區間的長度不要太寬，只要 20 就好，如此一來，大約該取多少人？

- (A) 4 人 (B) 16 人 (C) 40 人 (D) 160 人

2. 隨機變數  $X$  與  $Y$  的期望值與變異數分別  $E(X) = 5, V(X) = 4; E(Y) = 3$ ，

$V(Y) = 9$ ； $X$  與  $Y$  的共變異數為  $Cov(X, Y) = 3$ ，試問下列何者錯誤？

- (A)  $V(3X - 2Y) = 54$  (B)  $E(XY) = 18$   
(C)  $Cov(6X + 7, 2Y + 4) = 36$  (D)  $\rho_{XY} = 0.5$

3. 哪一個統計量不會出現在盒形圖(box plot)中？

(A) 中位數

(B) 平均數

(C) 最小值

(D) 第三四分位數

4. 下列何者正確？

(A) 若已知 $X$ 和 $Y$ 彼此獨立，則 $Cov(X, Y) = 0$ ；若已知 $X$ 和 $Y$ 彼

此不獨立，則 $Cov(X, Y) \neq 0$

(B) 若 $Y = a + bX$ ，其中 $a$ 和 $b$ 為常數，則 $X$ 與 $Y$ 之相關係數等於 1

(C) 若 $Y = X^2$ 則 $E(Y) = [E(X)]^2$

(D) 若 $Z_X$ 和 $Z_Y$ 分別是 $X$ 和 $Y$ 的標準化變數， $X$ 和 $Y$ 的相關係數

等於 $Z_X$ 和 $Z_Y$ 的相關係數

5. 迴歸分析中用來確定最適程度的最小平方法，是最小化

(A) 應變數的總變異

(B) 誤差的平方和

(C) 迴歸的平方和

(D) 以上皆是

6. 若要探討兩個或多個種類的類別變數間之關係時，哪一個統計分法是

適合的？

(A) 多項式實驗的卡方檢定

(B) 兩平均數差異的 t 檢定

(C) 列聯表的卡方檢定

(D) 兩比例差異的 t 檢定

7. 兩樣本變異數之比例  $\frac{S_2^2}{S_1^2}$  的抽樣分配，若被認為是F分配，則此兩樣本應為

- (A) 來自任何分配的獨立樣本
- (B) 來自兩常態母體且有相等變異數
- (C) 配對樣本且樣本數很大
- (D) 來自兩常態母體的獨立樣本

8. 假設二項式試驗成功的機率等於 0.90，則當試驗次數 n 為多少時，二項式分配在下列何種情況下，才能近似常態分配？

- (A) 55
- (B) 45
- (C) 35
- (D) 以上皆是

## 二、填充題（每格 5 分，共 40 分）

1. 假設台北市長想要瞭解台北市政府員工的平均收縮壓是否為 110mmHg，亦即檢定  $H_0: \mu = 110 \text{ mmHg}$  vs.  $H_1: \mu \neq 110 \text{ mmHg}$ ，因此他隨機抽樣市政府內 100 名員工，得到這 100 名員工血壓的樣本平均數為 120mmHg，若已知該母體血壓值呈現常態分佈且標準差為  $\sigma = 20$ ，請問血壓的 95% 信賴區間為何？(1.)；此檢定的 p-value 為何？(2.)

2. 某連鎖超商想要瞭解不同區域的營收是否有差異，因此從三個區域隨機抽出幾家超商，並記錄如下（單位：萬元/月）：

鄉鎮：	11	14	11	12
學校：	8	3	7	
都市：	21	13	18	22
				16

請完成 ANOVA 表

變異來源	平方和	自由度	F 檢定統計量
組間	( 3. )	2	( 5. )
組內	74	( 4. )	

(答案以分數表示，或四捨五入至小數點第二位)

3. 複迴歸模型如下，當  $n = 25$  :

$$y = 5 + 10x_1 + 20x_2, R^2 = 0.9, S_{b1} = 3.2, S_{b2} = 5.5$$

計算 t 檢定統計量( 6. )，以檢定  $x_1$  是否能提供資訊來預測 y。

4. 若隨機變數 X 的動差生成函數(moment generating function)

$$M(t) = E(e^{tX}) = \frac{1}{(1-3t)^2}, t < \frac{1}{3}, \text{求 } E(X) \text{ ( 7. )} \text{ 與 } \text{Var}(X) \text{ ( 8. )}.$$

### 三、 計算題 (每題 10 分，共 20 分)

1. 報導指出，某研究想瞭解學生每週上網的時間(hr)會如何影響學業成績，考慮以下資料

$i$	1	2	3	4	5
上網時間 $X_i$	60	40	30	50	20
成績 $Y_i$	30	60	80	50	90

考慮線性迴歸模型  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 6$ ，其中誤差項  $\varepsilon_i$  互相獨立且服從常態分配  $N(0, 16)$ ，請以最大概似估計法 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 求出估計的迴歸係數  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ 。(10 分)

2. 探討高中男女學生每週讀書時間是否有所不同？隨機抽查 80 位高中學生，結果如下：

讀書時間		少於30小時	超過30小時
男	46	34	
女	44	56	

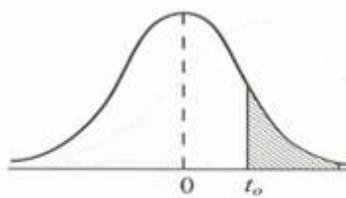
(1) 試以齊一性檢定在  $\alpha = 0.05$  下，檢定高中男女學生的時間是否有所不同？(4 分)

(2) 試以兩母體比例檢定法在  $\alpha = 0.05$  下，檢定高中男女學生的時間是否有所不同？(4 分)

(3) 題(1)與題(2)之結論是否一致？理由為何？(2 分)

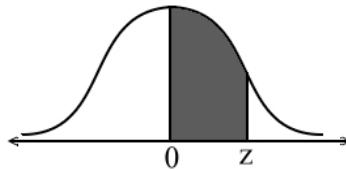
附表 1 t 分配之臨界值

## A.3 t 分配之臨界值



v	$\alpha$				
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
inf.	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

附表 2 常態分配表



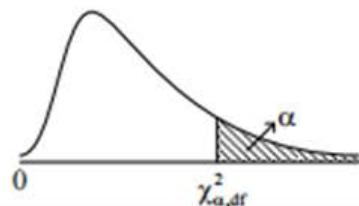
常態分配表

<b>z</b>	<b>0.00</b>	<b>0.01</b>	<b>0.02</b>	<b>0.03</b>	<b>0.04</b>	<b>0.05</b>	<b>0.06</b>	<b>0.07</b>	<b>0.08</b>	<b>0.09</b>
<b>0.0</b>	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
<b>0.1</b>	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
<b>0.2</b>	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
<b>0.3</b>	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
<b>0.4</b>	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
<b>0.5</b>	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
<b>0.6</b>	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
<b>0.7</b>	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
<b>0.8</b>	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
<b>0.9</b>	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
<b>1.0</b>	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
<b>1.1</b>	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
<b>1.2</b>	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
<b>1.3</b>	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
<b>1.4</b>	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
<b>1.5</b>	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
<b>1.6</b>	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
<b>1.7</b>	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
<b>1.8</b>	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
<b>1.9</b>	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
<b>2.0</b>	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
<b>2.1</b>	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
<b>2.2</b>	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
<b>2.3</b>	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
<b>2.4</b>	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
<b>2.5</b>	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952

<b>2.6</b>	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
<b>2.7</b>	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
<b>2.8</b>	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
<b>2.9</b>	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
<b>3.0</b>	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
<b>3.1</b>	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
<b>3.2</b>	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
<b>3.3</b>	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
<b>3.4</b>	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
<b>3.5</b>	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

附表 3 卡方分配臨界值表

$$P(\chi^2_{df} > \chi^2_{\alpha, df}) = \alpha$$



df	$\alpha$									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169