

臺北市立教育大學

九十五學年度在職進修碩士入學考試試題

所 別：數學資訊教育學系數學資訊教育教學碩士學位班

科 目：普通數學

考試時間：90 分鐘【10:30 – 12:00】

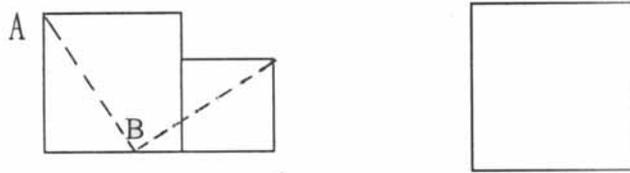
總 分：100 分

不得使用計算機
或任何儀具

注意：不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答卷上；限用毛筆、藍色或黑色筆作答，使用其他顏色或鉛筆作答者，所考科目以零分計算。(於本試題紙上作答者，不予計分。)

一、選擇題（每題 3 分，共計 30 分）

1. 擲一公正骰子一次，令 A 表示點數大於 3 的事件，B 表示點數為奇數的事件，C 表示點數為大於 1 且小於 6 的事件，則下列何者錯誤？
(A) $P(C|B) = P(C)$ (B) A、C 為獨立事件
(C) A、B 為獨立事件 (D) $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$
2. 如下左圖面積為 144 與 81 的兩正方形，若延虛線剪下，恰好可以填滿右圖面積為 225 的正方形，求 $\overline{AB} =$ (A) 15 (B) 12 (C) 9 (D) 6

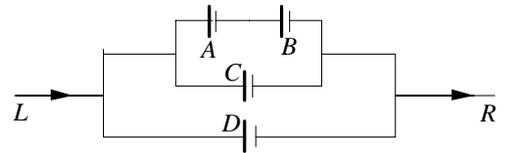


3. 已知一長方體中，三個面的面積分別為 12cm^2 ， 15cm^2 ， 20cm^2 ，則此長方體的體積為 (A) 60cm^3 (B) 90cm^3 (C) 120cm^3 (D) 150cm^3 .
4. 設 $x + y = 4$ ， $x^2 + y^2 = 10$ ，則 $x^3 + y^3 = ?$ (A) 20 (B) 28 (C) 30 (D) 38
5. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 6$ 得餘式 $2x - 5$ ， $g(x)$ 除以 $x^2 - x - 2$ 得餘式 $x + 1$ ，則 $3f(x) + 2g(x)$ 除以 $x - 2$ 的餘式為 (A) 7 (B) 5 (C) 3 (D) -1

6. 設 α, β 為一元二次方程式 $2x^2 + 3x + 1 = 0$ 的解，試求 $\alpha^3 + \beta^3 = ?$ (A) $\frac{9}{8}$
 (B) $-\frac{9}{8}$ (C) $\frac{27}{8}$ (D) $-\frac{27}{8}$ 。
7. 設數列 $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ 滿足 $a_1 = 2, a_2 = 3$ 與 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3$ 。試求 a_{2006} 除以 4 的餘數？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。
8. 兩個長方形，它們面積的比是 9:7，長的比是 3:5，則寬的比是多少？
 (A) 27:35 (B) 35:27 (C) 7:15 (D) 15:7。
9. 試問 8 點 25 分時，鐘面上時針與分針的夾角是幾度？
 (A) 90° (B) 97.5° (C) 102.5° (D) 105° 。
10. 將 8% 的食鹽水 70 公克與 5% 的食鹽水 30 公克混合在一起。倒掉其中 10 公克，再加入 10 公克的水，試問：現在的食鹽水濃度是多少？
 (A) 5.85% (B) 6.39% (C) 6.50% (D) 7.10%。

二、填充題（每格 3 分，共計 30 分）

1. 右圖之電路圖中，各開關 A、B、C、D 的操作都獨立，且流通的機率均為 $\frac{2}{3}$ ，則電流由左端(L)流通到右端(R)的機率為_____。



2. 設 m 為正整數， n 為整數，若 $m \mid 35n + 2, m \mid 7n - 3$ ，則 m 的最大值為_____。

3. 方程組
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ \frac{7}{x} + \frac{3}{y} + \frac{5}{z} = 2 \\ \frac{49}{x} + \frac{9}{y} + \frac{25}{z} = 4 \end{cases}$$
 之解 (x, y, z) 為_____。

4. 設 $xy \neq 0$ ，若 $4^x = 5^y = 1000$ ，則 $\frac{1}{2x} + \frac{1}{y}$ 之值為_____。

5. a 為大於 1000 的自然數，且被 391 除之餘數為 68，則 a 與 391 的最大公因數為_____。

6. 設 a, b 為實數，若 $|ax-6| \leq b$ 的解為 $-5 \leq x \leq 2$ ，試求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 設方程式 $x+y+z+u+v=15$ 之正整數解的個數為 n 個，試求 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 已知平面 $x+2y+2z=1$ 與球面 $x^2+y^2+z^2-2y-2z=7$ 的交點形成圓 C 。試求圓 C 的半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
9. 過點 $(1,3)$ 與圓 $x^2+y^2=4$ 相切的直線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、計算與證明題(每題 10 分，共計 40 分)

1. 已知某批糖果約 1500 顆，若以每包 48 顆，45 顆或 40 顆包裝成一包，均餘 13 顆，試問這批糖果共有多少顆？
2. 試問拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ ，在下列各條件下，其頂點分別在第幾象限：
(1) $a > 0, b < 0, c < 0$
(2) $a < 0, b > 0, b^2 - 4ac > 0$
3. 設 a, b 為正整數，若 a 除以 b 所得的商為 q ，餘數為 r 。試證明 a, b 的最大公因數與 b, r 的最大公因數相等。
4. 試證明 $\sqrt{2}$ 是無理數。